

RECHTSHISTORISCHES

JOURNAL

2

Herausgegeben von
DIETER SIMON



LÖWENKLAU GESELLSCHAFT E.V. FRANKFURT AM MAIN

RECHTSHISTORISCHES

JOURNAL

2

Herausgegeben von
DIETER SIMON



LÖWENKLAU GESELLSCHAFT E.V. FRANKFURT AM MAIN

RECHTSHISTORISCHES

L'identification d'aires juridico-culturelles
à l'aide de l'analyse statistique de la corrélation.

Un rapport de recherche.

Au cours des dernières années, la sociologie historique de la justice a suscité un intérêt assez généralisé. Dans les nombreux travaux qui en ont résulté, on a essayé de mettre en rapport l'évolution de la demande de la justice formelle (ou officielle) – la justice des "Cours" (par opposition à celle des "dispute institutions" selon la terminologie consacrée par les ethnologues du droit anglo-saxon¹ – avec l'évolution des structures sociales environnantes.

Cependant, jusqu'ici la plupart de ces travaux a été subsidiaire soit d'une conception historiographique – issue en dernière instance de la première "école des Annales" – qui tente d'expliquer l'évolution des institutions judiciaires par la détermination directe des facteurs démographiques, économiques ou liés à la dynamique des couches sociales, soit de réflexions qui, dans les années soixante, ont accompagné l'aide au développement des pays du Tiers-monde; réflexions d'après lesquelles le progrès de l'administration formelle et des institutions judiciaires correspondrait à un progrès naturel de "réalisation du droit" ou de "juridicisation" des sociétés qui irait naturellement de pair avec la "modernisation sociale" et le développement économique et social².

De telles interprétations n'ont pas pris suffisamment en considération le fait, aujourd'hui bien montré par les ethnologues, que les chances d'implantation et de développement du modèle moderne d'administration (auquel correspond en ce qui concerne la justice, le modèle "judiciaire") dépendent plus de structures culturelles très profondément enracinées et très intimement rapportées aux paradigmes politiques et aux matrices idéologiques de la légitimation du pouvoir que des mouvements de surface (par rapport à la profondeur des entités culturelles précitées) comme les

¹ Pour la distinction, v. M. SHAPIRO, "Cours", dans Handbook of political science, ed. FRED. I. GRENSTEIN ET ALII, Mass. 1975, vol. 5, 327-331; R. ABEL, A comparative theory of dispute institutions in society, dans Law and Society Review 8 (1973) 217-347.

² Pour des indications bibliographiques, v. les références de mon article Savants et rustiques. La violence douce de la raison juridique, dans Ius Commune (Frankfurt/Main) 10 (1983) 1-48. Dernièrement, pour l'Allemagne, CHR. WOLLSCHLÄGER, Ungleiche Justizgewähr und Zivilprozesshäufigkeit in der preussischen Ständegesellschaft um 1750, dans Europäisches Rechtsdenken in Geschichte und Gegenwart. Festschrift f. H. Coing..., München 1982, 435-451; F. RANIERI, Die Inanspruchnahme des Reichskammergerichts in den ersten Jahrzehnten seiner Tätigkeit, dans Zeitschrift für Neuere Rechtsgeschichte, 1982, 113-131.

courbes démographiques, l'aisance économique, le coût de la justice, les mouvements des prix, la valeur de la terre etc...

C'est pourquoi on doit aujourd'hui problématiser les résultats des recherches jusqu'à présent entreprises. D'abord, parce qu'on y confond très souvent la litigiosité formelle avec le degré de conflictualité d'une société, en ignorant que la voie judiciaire n'est pas le seul appareil de résolution de conflits, d'autant moins dans les sociétés dualistes – comme celles des pays en voie de développement, des pays de la périphérie européenne ou, plus encore, les sociétés de l'Europe moderne. Cette confusion est encore plus grave si l'analyse n'est menée qu'au niveau des hautes cours. Se demander si, par exemple, l'Espagne moderne est une société "litigatrice" c'est poser une bonne question; répondre à cette question avec des dénombrements de procès des cours officielles (voire des cours supérieures comme les *cancillerias* ou les *audiencias*) c'est donc ignorer toutes les institutions non officielles de résolution des conflits que N. CASTAN a si bien inventoriées pour la France moderne.³

Ce qu'on vient de dire à propos de la demande sociale globale de la justice (ou "litigiosité"), vaut tout autant pour l'accès à la justice de chaque couche sociale, problème qui a aussi attiré l'attention des historiens. Dans ce cas on doit avoir toujours présent à l'esprit que les sociétés ne sont pas culturellement homogènes. Chaque couche sociale (ou régionale) peut avoir ses conceptions et ses stratégies en ce qui concerne la façon de résoudre ses conflits. De ce fait, quand on se fonde sur l'étude des archives des tribunaux officiels (plus encore, des tribunaux centraux), on doit toujours éviter une généralisation des conclusions, telles que conclure, en absolu, sur les chances respectives d'accès à la justice des diverses couches sociales ou de leur degré de litigiosité.

Deuxièmement, on doit en conséquence problématiser l'usage de ces indicateurs avec lesquels on met souvent en rapport le monde judiciaire. En effet, la plupart d'entre eux n'a de signification qu'à l'intérieur du paradigme judiciaire (i.e. de la justice officielle) de résolution de conflits: tel est le cas, par exemple, des coûts de la justice officielle qui, par définition, ne pèsent que sur les gens qui plaident devant elle, et qui peuvent par contre être à l'origine d'une poussée de la justice informelle; il en est de même de la confusion et de l'imprévisibilité du droit officiel – phénomène d'efficacité d'ailleurs contradictoire, puisqu'il sert tant à enthousiasmer les plus aventureux qu'à freiner les plus sages.

³ N. CASTAN, Justice et répression en Languedoc à l'époque des lumières, Paris 1980.

Troisièmement, on doit considérer d'une façon moins simpliste les rapports qui semblent exister entre, d'un côté, l'évolution économique - notamment, l'évolution vers une économie marchande ou la courbe des prix (surtout le prix des choses qui se discutent en justice, comme c'était le cas de la terre à l'époque moderne). Bien que les recherches conduites jusqu'ici s'orientent vers un rapprochement entre "modernisation" de l'économie et croissance de la justice formelle⁴, il me semble que le modèle exprimant ce rapport est assez complexe. En effet l'influence de la courbe des prix n'est pas homogène et se combine avec d'autres facteurs non économiques, telle la prévisibilité des résultats des procès⁵. L'ouverture au marché n'agit pas mécaniquement sur les comportements judiciaires, étant, par contre, médiatisée par l'ouverture du système judiciaire aux nouvelles questions économiques comme l'a montré TOHARIA dans l'œuvre qui vient d'être citée⁶. De plus, il faut encore une fois ne pas oublier que le système judiciaire n'est pas le seul système de conflits. De ce fait, les résultats jusqu'à maintenant obtenus sur les rapports entre les indicateurs de demande de la justice doivent être envisagés en tenant compte de l'existence d'autres systèmes de résolution de conflits qui, notamment, peuvent expliquer maintes anomalies du modèle utilisé jusqu'à présent.

Cette orientation dominante dont la critique vient d'être faite, correspond, d'une part, à une conception normative du droit et de la justice, très diffusée aujourd'hui et depuis longtemps présente dans les sources du droit savant⁷, selon laquelle tout ce qui, sur le plan de la justice, ne relève pas du monde du droit officiel et lettré, est assimilé à l'ignorance, au préjugé, à la force, à l'abus et à la corruption. Comme si, dans ce droit qui est le nôtre, il n'y avait pas aussi un pareil fond (l'ignorance des alternatives ou le préjugé à leur égard, la force et l'abus institutionnalisés, la corruption permise).

D'autre part, il y a encore des obstacles - dits "techniques" - à un traitement moins unilatéral de ces questions. Obstacles qui se rapportent au problème du choix des

⁴ J. J. TOHARIA, *Cambio social y jurídica en España*, Madrid 1974.

⁵ Pour des illustrations de ce fait v. R. L. KAGAN, *Lawsuits and litigants in Castille. 1500 - 1700*, Chapel Hill 1981, qui montre comment l'incertitude quant aux décisions des tribunaux castillans de l'époque moderne a provoqué, même du côté des gens les plus aisés, des options pour les méthodes arbitraires ou non formelles de résolution des conflits.

⁶ TOHARIA a montré, pour l'Espagne contemporaine, que les branches les plus désactualisées du droit - qui, en général, correspondaient naturellement aux zones plus dynamiques de la pratique sociale - étaient celles où le taux de litigiosité était le plus faible.

⁷ V. mon article *Savants et rustiques*... cit.

sources. L'historiographie de la justice - dominée, comme on a vu, par l'assimilation entre justice formelle et justice tout court - a parfois, une conception trop étroite du concept de sources, conception subsidiaire de point de vue du positivisme scientifique du XIX^e siècle qui ont été déjà bouleversés par des moyens de preuve bien moins immédiats. Pour cette dernière, est source tout ce qui peut être directement désigné, manipulé, compté. Or, le caractère oral et informel du droit traditionnel - comme celui de bien d'autres domaines de la culture - ne permet pas qu'on le saisisse avec une telle facilité (voire brutalité). Si on peut compter les procès jugés par un tribunal officiel, on ne peut pas aujourd'hui reconstituer, en des termes statistiques, l'activité des institutions de la justice traditionnelle, informelle, orale. Ce fait ne nous condamne pas, cependant, à une vision impressionniste et vague de ce monde mais il nous oblige soit à chercher d'autres sources, soit à travailler autrement les sources usitées qui, interrogées d'une façon adéquate - i.e., non seulement sur le plan de ce qui est exprès, mais aussi sur celui de ce qui est traduit, déguisé, ommis - peuvent être d'une aide appréciable. Il en est aussi des éléments statistiques issus du monde du droit officiel, qui peuvent nous fournir des renseignements précieux, à condition d'en faire une lecture symptomale (c'est-à-dire, de les prendre comme indicateurs pour ce qu'ils ne disent qu'en contrepoint). On pourrait dire que, étant donné la nature du champ étudié et l'absence de "sources" classiques qui en découlent, on devrait le décrire "de l'extérieur", par ses effets de désordre dans les domaines "connaissables". Un peu comme les astronomes ont établi l'existence de Pluton, avant même sa découverte empirique, par les perturbations qu'il introduisait dans les lois de gravitation du système astral; ou comme les psychoanalystes parviennent à décrire l'innommable par une lecture de ses symptômes "visibles" (les rêves, les lapsi, les mots d'esprit).

Nous avons appliqué cette méthode de travail aux données statistiques dans nos études en cours sur l'administration et le pouvoir local au Portugal au XVII^e siècle.

En ce qui concerne l'histoire administrative et judiciaire portugaise, on se heurte aussi à la difficulté de quantifier l'activité juridique locale qui se développe hors du monde de la procédure formelle/officielle. Même si les archives locales n'étaient pas dans un état chaotique (quand elles ne sont pas tout simplement perdues), on ne pourrait y trouver trace des conflits résolus par des moyens non formels. Il faut donc atteindre ces objets par le biais de cette lecture symptomale de la statistique judiciaire. L'étude systématique des archives judiciaires locales (qui constituerait un travail de générations avec des résultats très incomplets, étant donné l'état des archives) peut être donc évitée si on réussit à valoriser autrement une source connue, mais

jusqu'à présent non utilisée. Il s'agit d'une liste de toutes les charges ou offices du royaume du Portugal⁸, élaborée dans une finalité fiscale, avec l'indication de leurs revenus, soit des revenus fixes (salaires), soit des revenus proportionnels au travail accompli (émoluments, calculés par page ou ligne écrite, d'après des tables fixées par la loi). L'étude des salaires des officiers a été abordée⁹ uniquement dans l'optique de recherches sur leurs standards de vie. Ces revenus, notamment les émoluments des écrivains; d'abord, des notaires et des écrivains des tribunaux (*tabeliães, escrevães do publico e do judicial*), mais aussi des autres écrivains, comme celui des orphelins (*escrivão dos órfãos*), de la commune (*escrivão da câmara*) ou des marchés (*escrivão da almotaçaria*), peuvent être utilisés comme indicateurs de leur activité et, donc, de la demande sociale de l'administration formelle, voire de l'administration judiciaire qu'ils servaient.

Nous avons pu réunir, par des procédés parfois très économiques du point de vue du travail empirique, des données assez fiables sur la population, la superficie et le développement de l'économie marchande de chacune des 900 communes environ auxquelles se référerait la liste des fonctionnaires¹⁰. Il a été, donc, possible de mettre en rapport des indicateurs qui touchent le plan démographique (population, densité, degré de concentration urbaine), le plan économique (valeur des "assises", donc, mouvement du commerce) et le plan administratif-bureaucratique (nombre global ou ventilé par catégories des officiers, valeur des revenus globaux, des salaires et des émoluments).

Cette stratégie nouvelle de la recherche a permis, d'une part, de poser de façon plus complète et plus précise la question des rapports entre la demande de l'adminis-

⁸ Dans *Livro das avalliações de todos os officios do Reyno de Portugal. Anno 1640* (Bibliothèque d'Ajuda. Lisbonne). Il y a d'autres listes pour le XVIII^e siècle.

⁹ Cf., par exemple, l'étude classique de R. CHABOD, *Stipendi nominali e busta paga effettiva...*, dans *Miscellanea in onore di R. Cessi*, vol.2 (Roma 1958), 187-363.

¹⁰ Pour la population et aire géographique, j'ai utilisé des recensements du XVI^e siècle et des données chorographiques des deux siècles suivants. Comme indicateur du développement de l'économie marchande, j'ai pris recours aux valeurs des assises pour chaque terre, puisque cet impôt portait sur toutes les ventes. On peut déterminer les valeurs des assises, soit par voie directe - car elles ont été fixées, au XVI^e siècle, par contrat avec la couronne pour un grand nombre de terres -, soit par voie indirecte, par le biais des émoluments des écrivains des assises. Mais les deux méthodes de calcul ne sont pas superposables, car les émoluments des écrivains n'étaient pas calculés en fonction de la valeur des actes soumis à l'impôt, mais à leur nombre. On peut encore - avec la formule générale de corrélation entre, v.g., la population et les assises - extrapoler, à partir de la population, les valeurs des assises pour les terres où elles ne sont pas connues.

tration formelle et des institutions judiciaires, d'un côté, et les indicateurs économiques et sociaux de l'autre. En effet, dans ce cas la recherche se base sur des chiffres concernant non des hautes cours - objets importants et légitimes d'analyse, comme le prouvent certains travaux récents, mais toute l'activité judiciaire, depuis les tribunaux supérieurs (qui doivent, cependant, être traités à part) jusqu'aux tribunaux des communes. Un discours global sur l'activité judiciaire devient donc possible.

Discours qui, par souci de rigueur, sera mené à l'aide d'outils statistiques qui permettent de mesurer l'intensité des rapports entre plusieurs variables - ou mieux, entre l'éventail des variables indépendantes (indicateurs économiques et sociaux) et celui des variables dépendantes (valeurs des émoluments de chaque type d'officier considéré - notamment notaires et écrivains des tribunaux, en ce qui concerne la justice formelle). Il s'agit surtout de la régression linéaire et de la multi-régression qui permettent de calculer la valeur la plus adéquate de la fonction entre les variables indépendantes et dépendantes (du type:

$$y = a + bx$$

ou pour la multirégression:

$$y = a + b_1x_1 + \dots + b_nx_n,$$

et de mesurer la dispersion des résultats vérifiés par rapport aux valeurs attendues et donc, le degré d'adéquation de la réalité au modèle mathématique calculé au préalable. Ces méthodes donnent donc, et une mesure de tendance centrale, la fonction qui permet le mieux de résumer les rapports entre les valeurs vérifiées des variables en présence - et une mesure de dispersion - le coefficient de régression qui exprime et fait la synthèse des écarts entre les valeurs réelles de la variable dépendante et celles qui seraient produites par l'application mécanique de la fonction préalablement calculée. Comme on le verra, ces deux mesures ont, dans l'économie de la méthode ici exposée, des significations différentes: la fonction exprime directement le rapport qui existe, en général, entre les indicateurs économiques et sociaux et l'indicateur judiciaire; le coefficient de régression, par contre, est ici pris, surtout, par sa valeur symptomale; c'est-à-dire, en exprimant les perturbations de la relation générale entre les deux variables, il constitue un symptôme de l'efficacité d'autres facteurs que l'on ne peut saisir avec les indicateurs disponibles.

C'est ici qu'il devient possible de saisir le monde de la justice non formelle. En effet, les méthodes statistiques décrites visent précisément à mesurer l'écart entre les valeurs qui correspondraient à une relation parfaite entre les variables et les

* Pour les méthodes statistiques et l'explication des termes voir l'article suivant de M. HERBERGER.

valeurs vérifiées dans la pratique. Dans ce monde sublunaire des activités humaines, la formalisation et la quantification des facteurs en jeu dans les conduites ne sont jamais exhaustives. Il y a donc toujours un écart entre ce qui peut être expliqué par les facteurs considérés comme déterminants et le résultat qui se produit, écart qui résulte notamment de l'efficacité de facteurs non considérés (voire, des facteurs non considérables) et que les statisticiens désignent par ϵ ¹¹.

L'hypothèse est donc que, avec la formule générale de relation entre les indicateurs de l'environnement social et les indicateurs de la demande sociale de la justice formelle, les écarts entre les valeurs attendues et les valeurs vérifiées (i.e., le ϵ des statisticiens) correspondent, *grosso modo* à l'activité de résolution informelle des conflits. Par cette méthode, la variation résiduelle est donc considérée comme le produit de mécanismes sociaux non réductibles aux indicateurs démographiques et économiques utilisés comme l'influence des facteurs culturels qui font que devant un conflit, les gens n'aient pas recours à la justice formelle et essaient de le résoudre par des procédés d'auto-résolution. Ce qui revient à dire que par ce procédé, on peut transformer en élément positif de diagnostic cet ϵ redoutable qui, comme somme de l'inexpliqué, hante les utilisateurs de la statistique¹².

Une fois les poids relatifs de la justice officielle et des mécanismes informels de résolution de conflits rendus statistiquement visibles, il devient possible de combiner l'analyse statistique avec une analyse "régionale" ou "topologique", en essayant de "cartographier" les résultats. Si ces résultats statistiques ne sont pas hasardeusement produits par une méthode erronée, on arrivera à une identification de zones à forte ou faible implantation de la justice formelle, correspondant à des aires culturelles plus ou moins traditionnelles.

Cette recherche n'étant pas encore terminée, toutes les conclusions sur la valeur de cette méthode doivent naturellement être considérées comme provisoires.

Pour le moment, il est cependant possible de dresser un tableau de quelques résultats préliminaires, fondés sur l'analyse de deux "provinces" du nord du Portugal.

¹¹ Il y a, naturellement, quelques présupposés dans ce raisonnement. Le plus contestable est, peut-être, qu'on assume qu'il y a une homogénéité dans la conflictualité de la vie d'une région considérée. Si on ne le fait pas, on tombe dans une impasse, car on ne peut savoir si ϵ correspond à une litigiosité anormalement faible (ou forte) ou bien - comme on le présuppose ici - à la présence (ou absence) de mécanismes d'auto-harmonisation. De toute façon, les comparaisons inter-régionales peuvent aider à vérifier ce présupposé.

¹² La formule qui, à partir de la fonction de régression, permet de calculer les résultats individuels, est, donc, pour une régression à n variables: $y = a + b_1x_1 + \dots + b_nx_n + \epsilon$

D'une part, Entre-Douro-e-Minho, région côtière, assez homogène du point de vue démographique et économique, fortement intégrée du point de vue du réseau des communications et, donc, des contacts humains, avec un rythme et un profil de développement social et économique assez régulier. D'autre part, Trás-os-Montes, région plus vaste et diversifiée, et du point de vue démographique, et du point de vue économique, où coexistent des zones (aujourd'hui encore) très isolées et repliées sur elles-mêmes (des régions de la frontière luso-galicienne et luso-léonaise) et d'autres zones à économie marchande développée, comme celles du bassin nord du Douro. En outre, cette région est culturellement différenciée, avec des îlots importants de vie communautaire et d'importantes communautés de nouveaux chrétiens, alors sous la surveillance de l'Inquisition.

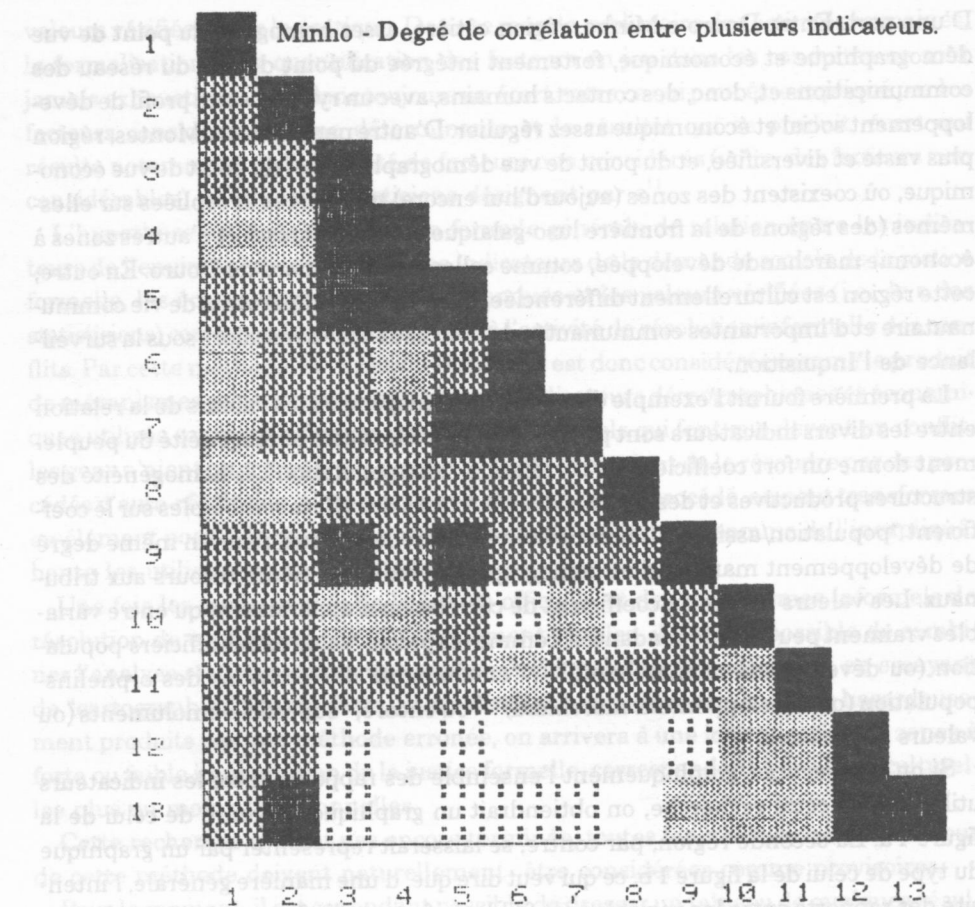
La première fournit l'exemple d'une région homogène où les valeurs de la relation entre les divers indicateurs sont presque toujours élevées: l'homogénéité du peuplement donne un fort coefficient de corrélation "aire/population". L'homogénéité des structures productives et des réseaux des marchés a des effets semblables sur le coefficient "population/assises". L'homogénéité culturelle fait que, pour un même degré de développement marchand et démographique on ait le même recours aux tribunaux. Les valeurs faibles du coefficient de corrélation n'apparaissent qu'entre variables vraiment peu interdépendantes, comme les paires "salaires des officiers-population (ou développement marchand)"¹³, "émoluments des écrivains des orphelins-population (ou développement marchand)"¹⁴ ou encore, "superficie-émoluments (ou valeurs des assises)"¹⁵.

Si on représentait graphiquement l'ensemble des rapports entre les indicateurs utilisés dans cette recherche, on obtiendrait un graphique du genre de celui de la figure 1 a. La seconde région, par contre, se laisserait représenter par un graphique du type de celui de la figure 1 b, ce qui veut dire que, d'une manière générale, l'intensité des rapports entre les variables est faible du fait que l'influence des facteurs non considérés (notamment, les facteurs culturels, l'attitude devant la justice, la conflictualité de la société) produisent des résultats non homogènes, étant donné les diversités sociales et culturelles de la région.

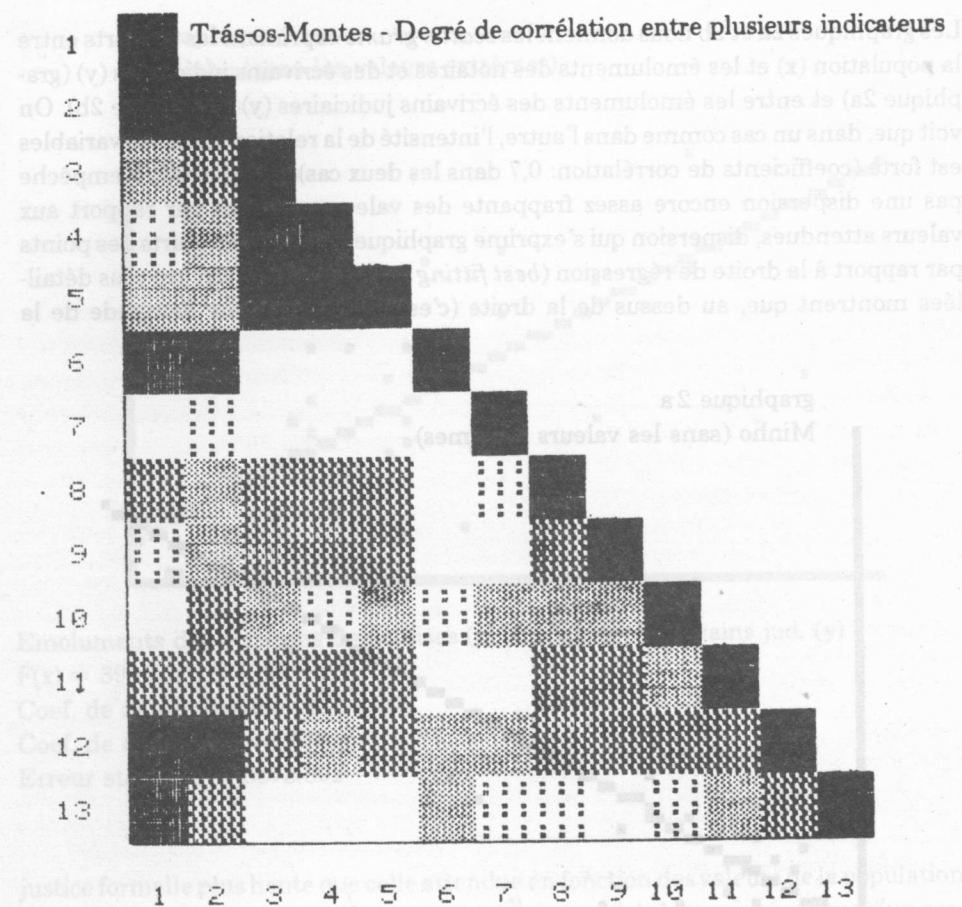
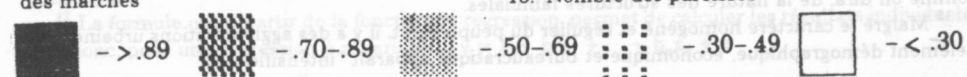
¹³ Les salaires des officiers étaient plus déterminés par la nature de leurs relations avec la couronne ou les seigneurs dont ils dépendaient (voire, par leur pouvoir de négociation).

¹⁴ Les émoluments des écrivains des orphelins dépendent plutôt de l'élément démographique ou, comme on dira, de la nature des structures familiales.

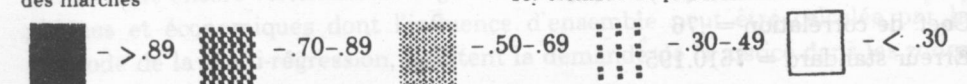
¹⁵ Malgré le caractère homogène et régulier du peuplement, il y a des agglomérations urbaines où l'élément démographique, économique et bureaucratique apparaît "intensifié".



- | | |
|--|---|
| 1. Population | 8. Emoluments des écrivains des orphelins |
| 2. Assises | 9. Emoluments des notaires et écrivains judiciaires |
| 3. Rentes des officiers | 10. Emoluments des contadores, inquiridores et distribuidores |
| 4. Salaires des officiers. | 11. Nombre d'offices non honoraires |
| 5. Emoluments des officiers | 12. Superficie |
| 6. Emoluments des écrivains des assises | 13. Nombre des paroisses |
| 7. Emoluments des écrivains de la commune et des marches | |

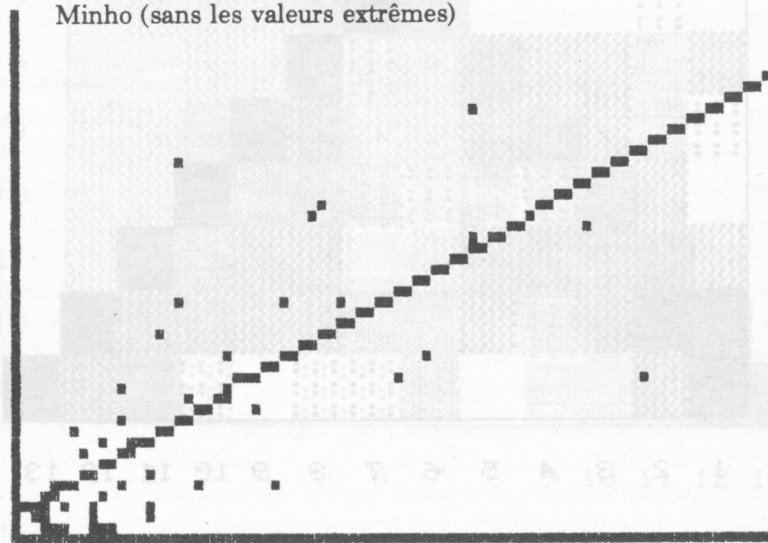


- | | |
|--|---|
| 1. Population | 8. Emoluments des écrivains des orphelins |
| 2. Assises | 9. Emoluments des notaires et écrivains judiciaires |
| 3. Rentes des officiers | 10. Emoluments des contadores, inquiridores et distribuidores |
| 4. Salaires des officiers | 11. Nombre d'offices non honoraires |
| 5. Emoluments des officiers | 12. Superficie |
| 6. Emoluments des écrivains des assises | 13. Nombre de paroisses |
| 7. Emoluments des écrivains de la commune et des marches | |



Les graphiques 2a et 2b nous donnent les *scattergrams* exprimant les rapports entre la population (x) et les émoluments des notaires et des écrivains judiciaires (y) (graphique 2a) et entre les émoluments des écrivains judiciaires (y) (graphique 2b). On voit que, dans un cas comme dans l'autre, l'intensité de la relation entre les variables est forte (coefficients de corrélation: 0,7 dans les deux cas). Mais ce fait n'empêche pas une dispersion encore assez frappante des valeurs vérifiées par rapport aux valeurs attendues, dispersion qui s'exprime graphiquement par les écarts des points par rapport à la droite de régression (*best fitting curve*). Des recherches plus détaillées montrent que, au dessus de la droite (c'est-à-dire, avec une demande de la

graphique 2a
Minho (sans les valeurs extrêmes)



Population (x) / Emoluments des notaires et écrivains judiciaires (y)

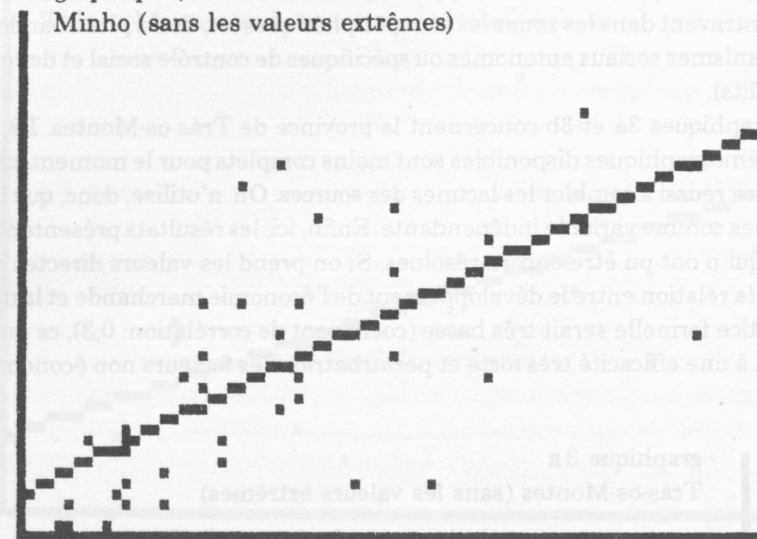
$$F(x) = 1854.5 + (11.429 * x)$$

$$\text{Coef. de détermination } (r^2) = .578$$

$$\text{Coef. de corrélation} = .76$$

$$\text{Erreur standard} = 7610.195$$

graphique 2b
Minho (sans les valeurs extrêmes)



Emoluments des écrivains des assises (x) / notaires et écrivains jud. (y)

$$F(x) = 3951.118 + (.98 * x)$$

$$\text{Coef. de détermination } (r^2) = .46$$

$$\text{Coef. de corrélation} = .678$$

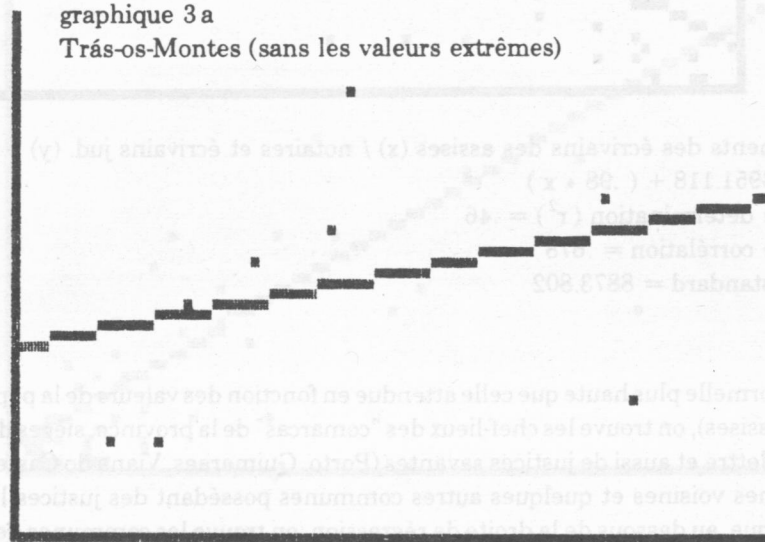
$$\text{Erreur standard} = 8873.802$$

justice formelle plus haute que celle attendue en fonction des valeurs de la population ou des assises), on trouve les chef-lieux des "comarcas" de la province, sièges d'un *corregidor* lettré et aussi de justices savantes (Porto, Guimaraes, Viana do Castelo), les communes voisines et quelques autres communes possédant des justices lettrées. Tandis que, au dessous de la droite de régression, on trouve les communes des zones plus périphériques, notamment des zones périphériques du N.E. et des aires qui, soumises encore aux *corregidores* de la province, se trouvent toutefois déjà dans la "région culturelle" de Trás-os-Montes. Ces résultats nous amènent donc à dire, dans une formule encore volontairement générale, que des facteurs autres que démographiques et économiques dont l'influence d'ensemble peut être calculée par la méthode de la multi-régression, facilitent la demande de la justice dans les zones

très équipées du point de vue de l'appareil judiciaire formel et, surtout, lettré, tandis qu'ils l'entravent dans les zones les plus périphériques (et, donc, plus abandonnées à des mécanismes sociaux autonomes ou spécifiques de contrôle social et de résolution des conflits).

Les graphiques 3a et 3b concernent la province de Trás-os-Montes. Là, les éléments démographiques disponibles sont moins complets pour le moment, car on n'a pas encore réussi à combler les lacunes des sources. On n'utilise, donc, que la valeur des assises comme variable indépendante. Enfin, ici, les résultats présentent des difficultés qui n'ont pu être encore résolues. Si on prend les valeurs directes des assises (3a.), la relation entre le développement de l'économie marchande et la demande de la justice formelle serait très basse (coefficient de corrélation: 0,3), ce qui correspondrait à une efficacité très forte et perturbatrice des facteurs non économiques et

graphique 3a
Trás-os-Montes (sans les valeurs extrêmes)



Valeurs des assises (x) / Emoluments des écrivains des assises (y)

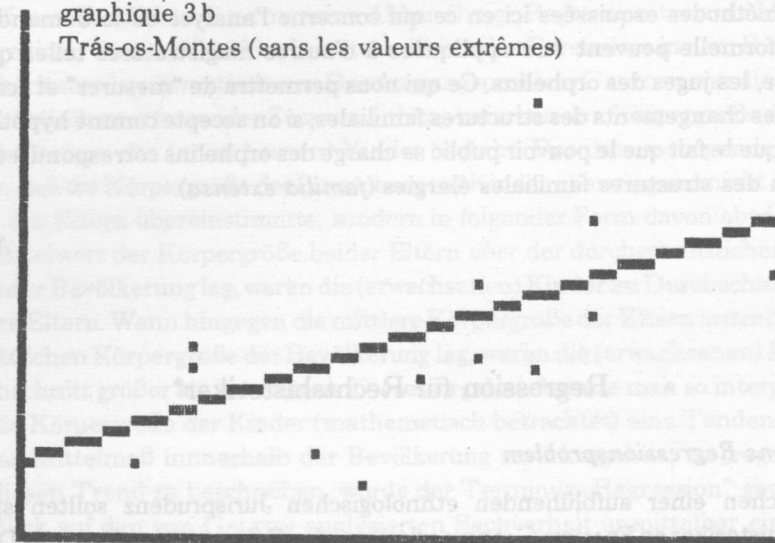
$$F(x) = 5345.864 + (1E-03 \cdot x)$$

$$\text{Coef. de détermination } (r^2) = .093$$

$$\text{Coef. de corrélation} = .306$$

$$\text{Erreur standard} = 3705.519$$

graphique 3b
Trás-os-Montes (sans les valeurs extrêmes)



Emoluments des écrivains des assises (x) / des notaires et écrivains jud. (y)

$$F(x) = 5397.62 + (1.451 \cdot x)$$

$$\text{Coef. de détermination } (r^2) = .342$$

$$\text{Coef. de corrélation} = .585$$

$$\text{Erreur de standard} = 6778.389$$

ne serait pas très étrange, étant donné le caractère non homogène de la région du point de vue socio-économique. La prise en considération des valeurs des émoluments des écrivains des assises (3 b) nous donne donc des coefficients de corrélation plus forts (0,6), bien qu'inférieurs à ceux vérifiés pour la province d'Entre-Douro-e-Minho. Seule une analyse de détail, déjà entamée mais dont les résultats ne peuvent être présentés dans ce bref exposé, peut permettre de résoudre ce paradoxe¹⁶. De toute façon, il faut noter que les terres situées, de part et d'autre de la droite de régression sont, dans les deux cas, largement identiques ce qui permet de dire que, malgré les différences, les deux *scattergrams* définissent de façon largement concomitante les zones à forte ou faible implantation de la justice formelle.

¹⁶ Une explication peut être fournie par la non-coïncidence des univers considérés.

Ces méthodes esquissées ici en ce qui concerne l'analyse de la demande de la justice formelle peuvent être appliquées à d'autres magistratures telles que, par exemple, les juges des orphelins. Ce qui nous permettra de "mesurer" et "cartographier" les changements des structures familiales, si on accepte comme hypothèse de travail que le fait que le pouvoir public se charge des orphelins correspond à une dissolution des structures familiales élargies (*familia extensa*).

A. M. H.

Regression für Rechtshistoriker*

I. Galtons Regressionsproblem

Im Zeichen einer aufblühenden ethnologischen Jurisprudenz sollten sich die Rechtshistoriker an FRANCIS GALTON erinnern, den Schwager von CHARLES DARWIN. War es doch GALTON, der auf seiner Forschungsreise zwischen der Walfischbucht und dem Ngami-See in den Jahren 1850-1852 fünfzehn Gesetze für die Hottentotten-Häuptlinge entwarf, die über die in der Ebene wohnenden Damaras herrschten.¹ Das wäre eine genuin rechtshistorische Wiederentdeckung. Ein weiterer Grund für Rechtshistoriker, sich mit GALTON zu beschäftigen, liegt darin, daß die von ihm begründete Regressionsrechnung auch für rechtshistorische Probleme nutzbar gemacht werden kann. Ein Beispiel dafür ist der Aufsatz von HESPANHA in diesem Heft.² Zweckmäßigerweise beginnt man bei der Vorstellung der dort angewandten Methode immer noch mit der Fragestellung GALTONS. Denn auf diese Weise versteht man nicht nur den Grundgedanken der Regressionsrechnung am besten, sondern man findet auch eine Erklärung dafür, warum der auf den ersten Blick schwer verständliche Terminus „Regression“ zur Bezeichnung dieses Verfahrens gewählt wurde.

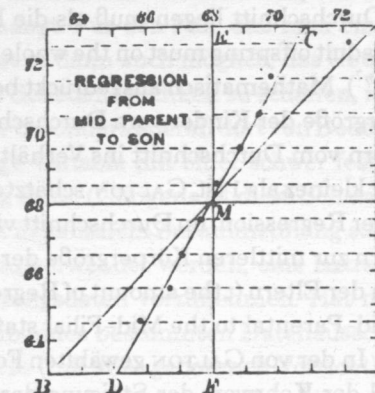
* Der Beitrag dient als Verständnishilfe hinsichtlich der im vorstehenden Artikel von A. HESPANHA angewandten Methoden.

¹ F.N. DAVID, Art. Galton, Francis, in: WILLIAM H. KRUSKAL/JUDITH M. TANUR (Hrsg.), International Encyclopedia of Statistics, Bd. 1, New York/London 1968 u. 1978, S. 359 - 364 (359).

² Vgl. S. 142 ff.

1885 veröffentlichte GALTON seine Abhandlung „Regression towards Mediocrity in Hereditary Stature“³. 1889 arbeitete er dann seine Ergebnisse in dem Buch „Natural Inheritance“ systematisch aus. Das Ausgangsproblem GALTONS war die Frage, ob ein statistisch zu erfassender Zusammenhang zwischen der Körpergröße der Eltern und derjenigen der (erwachsenen) Kinder besteht. Das ihm vorliegende Material zeigte, daß die Körpergröße der (erwachsenen) Kinder überwiegend nicht mit derjenigen der Eltern übereinstimmte, sondern in folgender Form davon abwich: Wenn der Mittelwert der Körpergröße beider Eltern über der durchschnittlichen Körpergröße der Bevölkerung lag, waren die (erwachsenen) Kinder im Durchschnitt kleiner als ihre Eltern. Wenn hingegen die mittlere Körpergröße der Eltern unter der durchschnittlichen Körpergröße der Bevölkerung lag, waren die (erwachsenen) Kinder im Durchschnitt größer als ihre Eltern. Dieses Ergebnis konnte man so interpretieren, daß die Körpergröße der Kinder (mathematisch betrachtet) eine Tendenz aufwies, auf das Mittelmaß innerhalb der Bevölkerung zurückzugehen, zu „regredieren“. Um diesen Trend zu beschreiben, wurde der Terminus „Regression“ gewählt, der mit Blick auf den von GALTON analysierten Sachverhalt unmittelbar einleuchtet, was man von anderen mit Hilfe der Regressionsrechnung untersuchten Beispielen nicht immer sagen kann.

GALTON veranschaulichte sein Ergebnis durch die folgende Abbildung:⁴



³ Journal of the Anthropological Institute, 1885.

⁴ FRANCIS GALTON, Natural Inheritance, London New York 1889, S. 96.

In dieser Tabelle sind auf der waagerechten Achse die Maße für die durchschnittlichen Körpergrößen der (erwachsenen) Kinder aufgetragen und auf der senkrechten Achse die Maße für die mittlere Körpergröße der Eltern (jeweils in inch). Würde die durchschnittliche Körpergröße der (erwachsenen) Kinder mit der mittleren der Eltern übereinstimmen, so müßten alle in das Diagramm eingetragenen Daten auf der Linie BA liegen. („It represents what the Mid-Statures of the Sons would be, if they were on the average identical with those of their Mid-Parents“⁵). Tatsächlich ergibt sich aber die durch die Punkte ersichtliche Verteilung, die am besten durch die Linie DC angenähert wird. Dabei sind die Punkte so zu interpretieren, daß sie die Durchschnittsgröße aller (erwachsenen) Kinder von Elternpaaren mit einer bestimmten mittleren Größe markieren. Die Linien BA und DC gehen durch den Punkt M, der die Durchschnittsgröße innerhalb der untersuchten Bevölkerungsgruppe anzeigt. („This is the value of ... the Mid-Stature of the population“⁶). Damit kann man optisch das eben beschriebene Ergebnis ablesen:

Bei Größen oberhalb des Durchschnitts (rechter, oberer Quadrant) ist die durchschnittliche Größe der (erwachsenen) Kinder kleiner als die mittlere Größe der Eltern, unterhalb des Durchschnitts (linker, unterer Quadrant) liegt es umgekehrt. Da dieses „Regredieren“ zum Durchschnitt hin durch die Linie DC veranschaulicht wird, bezeichnet man diese Linie als „Regressionslinie“. Der Verlauf dieser Regressionslinie ist Ausdruck der Tatsache, „daß die Körpergröße der erwachsenen Nachkommen im ganzen näher am Durchschnitt liegen muß als die Körpergröße ihrer Eltern“ („that the Stature of the adult offspring must on the whole be more *mediocre* than the stature of their Parents“⁷). Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies: Setzt man die Abweichung der Körpergröße der Kinder vom Durchschnitt zu der Abweichung der Körpergröße der Eltern vom Durchschnitt ins Verhältnis, so erhält man einen Bruch mit einem Wert, der kleiner als 1 ist. GALTON schätzte diesen Wert auf 2 zu 3 und sah darin „den Betrag der Regression, im Durchschnitt vieler Fälle, von der mittleren Körpergröße der Eltern zur mittleren Körpergröße der Nachkommen für beliebige mittlere Körpergrößen der Eltern („the amount of Regression, on the average of many cases, from the Mid-Parental to the Mid-Filial stature, whatever the Mid-Parental stature may be“⁸). In der von GALTON gewählten Form der Abbildung entspricht dieser Verhältniszahl der Kehrwert der Steigung der Regressionslinie.

⁵ A.a.O., S. 96f.

⁶ A.a.O., S. 97.

⁷ A.a.O., S. 95.

⁸ A.a.O., S. 98.

II. Zielsetzungen der Regressionsrechnung

Bereits der kurze historische Rückblick auf die Begründung der Regressionsrechnung macht deutlich, daß man es mit einem Verfahren zu tun hat, dessen Verständnis einen hohen Grad von Abstraktionsfähigkeit voraussetzt. Es ist deswegen, wie schon GALTON hervorgehoben hat⁹, nicht leicht, die Grundgedanken dieser statistischen Methode einfach und verständlich darzustellen. Im Grunde erschließt sich die Prozedur nur, wenn man sie rechnend nachvollzieht. Deshalb wird im folgenden der Versuch gemacht, an Hand eines äußerst vereinfachten Beispiels die einzelnen Rechenschritte darzustellen, die dabei verwandten Maßzahlen zu erläutern und deren Interpretation zu skizzieren. Wenn man sich auf diese Weise einmal die methodischen Grundgedanken veranschaulicht hat, kann man sich dann in Zukunft maschineller Hilfsmittel für die Berechnung der Regressionsmaße bedienen. Diese Möglichkeit bieten heute schon programmierbare Taschenrechner, die oft standardmäßig über ein Regressionsprogramm verfügen.

Grundgedanke der Regressionsrechnung ist, daß die Stärke eines Zusammenhangs zwischen Variablen untersucht werden soll. Im einfachsten Fall hat man es dabei mit *einer* unabhängigen und *einer* abhängigen Variablen zu tun. Man könnte beispielsweise die Größe einer Person als unabhängige Variable x wählen und prüfen, ob (und gegebenenfalls in welcher Form) das Gewicht y als abhängige Variable damit zusammenhängt. Für den Fall, daß man einen ausreichend starken Zusammenhang findet, ist es dann auch möglich, das Gewicht auf Grund der Körpergröße zu schätzen. Diese Schätzmöglichkeit zu schaffen, ist ein zweiter Zweck der Regressionsrechnung, der besonders überall dort von Bedeutung ist, wo eine leicht zu ermittelnde unabhängige Variable mit einer schwer festzustellenden abhängigen Variablen in Verbindung steht. (Übrigens ist diese Schätzmöglichkeit auch dann gegeben, wenn x und y nicht in kausalem Zusammenhang stehen.) Drittens kann die Regressionsrechnung dazu verwendet werden, eine Extrapolation für den Bereich außerhalb der Beobachtungsdaten vorzunehmen. Hat man etwa für Körpergrößen und Gewichte innerhalb eines bestimmten Datenausschnitts eine Beziehung ermittelt, so könnte man diese (mit aller gebotenen Vorsicht) auf Grund der angenommenen Beziehung über den Beobachtungsbereich hinaus erweitern. Viertens schließlich kann die Regressionsrechnung *Kausalhypothesen* liefern. Zwar beweist eine hohe

⁹ Vgl. FRIEDRICH HILLEBRANDT, *Elementare Statistik*, München/Basel 1965, S. 174.

Stärke des Zusammenhangs zwischen zwei Variablen nichts über eine kausale Verknüpfung. (Deswegen sind alle im folgenden vorkommenden Termini, die „kausal“ klingen, im Sinne eines formal-mathematischen Zusammenhangs zu verstehen). Trotzdem bietet eine hohe Stärke des Zusammenhangs meistens in sinnvoller Weise Anlaß, sich die Frage vorzulegen, ob nicht kausale Momente für eine ausgeprägte Regressionsabhängigkeit verantwortlich sein könnten.

Das Regressionsmodell läßt sich so erweitern, daß man nicht nur eine unabhängige Variable heranzieht, sondern die Beziehung zwischen mehreren unabhängigen Variablen und einer abhängigen Variablen untersucht. (Beispiel: Alter und Größe in Verbindung mit Gewicht). Man kommt auf diese Weise zur *Multiregression*. Dieser mathematisch schwieriger zu behandelnde Fall bleibt hier ausgeklammert. Die eben beschriebenen Grundgedanken sind jedoch auf ihn übertragbar, da es für das Konzept nicht auf die Anzahl der unabhängigen Variablen ankommt.

III. Werteverteilung und Streudiagramm

Den Ausgangspunkt für die Regressionsrechnung bildet im einfachsten Fall eine beobachtete Verteilung der Werte einer unabhängigen Variablen x und einer abhängigen Variablen y . In dem Beispiel, das den folgenden Ausführungen zugrundeliegt, werden für x und y die nachstehenden Werte angenommen:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	2	2	4	8	6	8	10	6	8	10

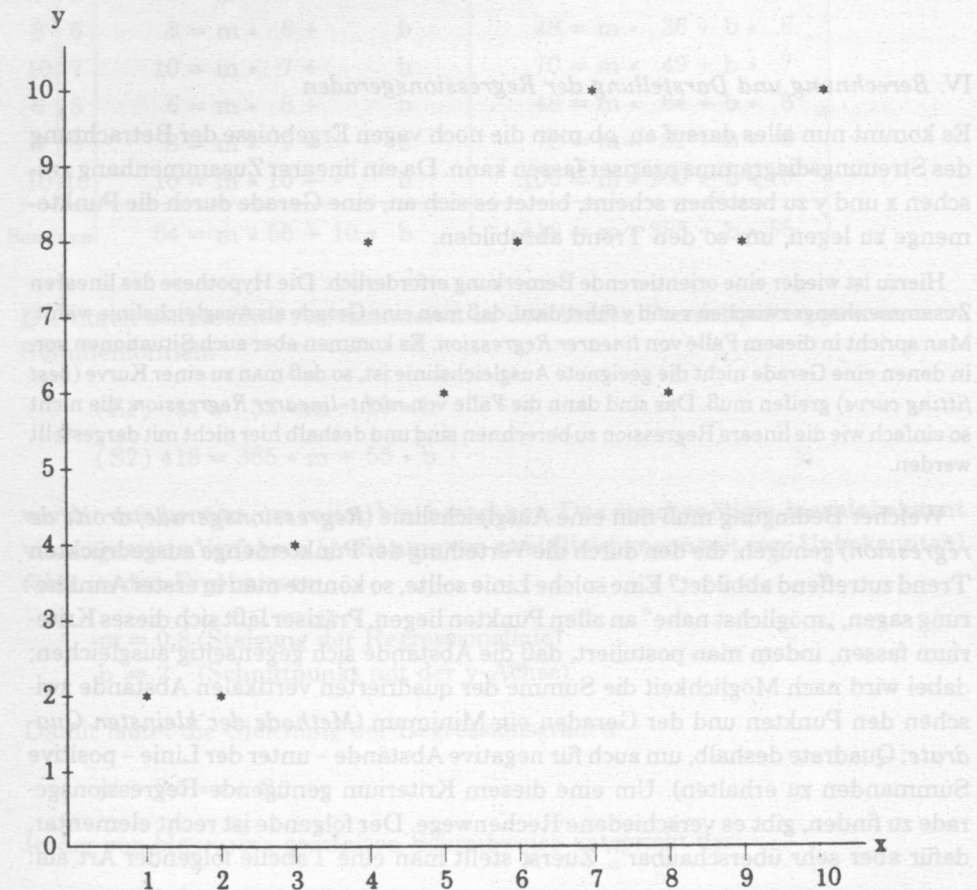
Wenn man diese Zahlen irgendwie anschaulich interpretieren will, könnte man sich vorstellen, x stehe für die Dauer einer Dienstreise (in Tagen) und y für die angefallenen Spesen (in 100 DM). Für die folgenden Rechenschritte kann man aber ganz von einer derartigen Veranschaulichung absehen, da der formale Ablauf inhaltsunabhängig ist.¹⁰

Zur Erläuterung sei noch angemerkt, daß das Beispiel bewußt unkompliziert gestaltet ist, um die Rechenoperationen zu erleichtern. Dem dient auch die Beschränkung auf zehn Zahlenpaare. Normalerweise ist bei einer derart kleinen Anzahl von Beobachtungen die Interpre-

¹⁰ Ein realitätsnahes und vollständig durchgerechnetes Dienstreise-Beispiel findet sich bei W. ALLEN WALLIS/HARRY V. ROBERTS, Methoden der Statistik. Ein neuer Weg zu ihrem Verständnis, Reinbek 1969, S. 457 - 462 (Beispiel 366).

tation der Ergebnisse einer Regressionsrechnung problematisch. Darauf braucht man jedoch hier nicht zu achten, da es nur um die Demonstration des Verfahrens geht.

Es ist üblich, die für die Variablen beobachteten Werte in ein Streudiagramm (*scattergram*) einzutragen. Auf diese Weise entsteht in dem angenommenen Beispiel folgendes Bild:



Schon die Verteilung der Punkte (als Sterne dargestellt) läßt erkennen, daß (sehr ungenau gesprochen) „im allgemeinen“ ein Steigen von x zu einem Steigen von y

führt. Anscheinend wird dieser generelle „Trend“ auch nicht durchgreifend durch die nicht „auf dieser Linie“ liegenden Beobachtungen gestört. Dieser schon hier bei zehn Beobachtungen sich einstellende optische Eindruck tritt noch deutlicher hervor, wenn man es bei einer höheren Anzahl von Einzeldaten mit (einen Zusammenhang ausdrückenden) Streudiagrammen zu tun hat, die regelrechte „Punktwolken“ enthalten.

IV. Berechnung und Darstellung der Regressionsgeraden

Es kommt nun alles darauf an, ob man die noch vagen Ergebnisse der Betrachtung des Streudiagramms präziser fassen kann. Da ein linearer Zusammenhang zwischen x und y zu bestehen scheint, bietet es sich an, eine Gerade durch die Punktemenge zu legen, um so den Trend abzubilden.

Hierzu ist wieder eine orientierende Bemerkung erforderlich: Die Hypothese des linearen Zusammenhangs zwischen x und y führt dazu, daß man eine Gerade als Ausgleichsline wählt. Man spricht in diesem Falle von *linearer Regression*. Es kommen aber auch Situationen vor, in denen eine Gerade nicht die geeignete Ausgleichsline ist, so daß man zu einer Kurve (*best fitting curve*) greifen muß. Das sind dann die Fälle von *nicht-linearer Regression*, die nicht so einfach wie die lineare Regression zu berechnen sind und deshalb hier nicht dargestellt werden.

Welcher Bedingung muß nun eine Ausgleichsline (*Regressionsgerade, droite de régression*) genügen, die den durch die Verteilung der Punkte menge ausgedrückten Trend zutreffend abbildet? Eine solche Linie sollte, so könnte man in erster Annäherung sagen, „möglichst nahe“ an allen Punkten liegen. Präziser läßt sich dieses Kriterium fassen, indem man postuliert, daß die Abstände sich gegenseitig ausgleichen; dabei wird nach Möglichkeit die Summe der quadrierten vertikalen Abstände zwischen den Punkten und der Geraden ein Minimum (*Methode der kleinsten Quadrate*; Quadrate deshalb, um auch für negative Abstände – unter der Linie – positive Summanden zu erhalten). Um eine diesem Kriterium genügende Regressionsgerade zu finden, gibt es verschiedene Rechenwege. Der folgende ist recht elementar, dafür aber sehr überschaubar.¹¹ Zuerst stellt man eine Tabelle folgender Art auf:

¹¹ Er ist entnommen W.J. REICHMANN, Use and Abuse of Statistics, Middlesex/Victoria 1964, S. 319 – 321 (Appendix 3).

y	x	$y = m \cdot x + b$	$x \cdot y = m \cdot x^2 + b \cdot x$
2	1	$2 = m \cdot 1 + b$	$2 = m \cdot 1 + b \cdot 1$
2	2	$2 = m \cdot 2 + b$	$4 = m \cdot 4 + b \cdot 2$
4	3	$4 = m \cdot 3 + b$	$12 = m \cdot 9 + b \cdot 3$
8	4	$8 = m \cdot 4 + b$	$32 = m \cdot 16 + b \cdot 4$
6	5	$6 = m \cdot 5 + b$	$30 = m \cdot 25 + b \cdot 5$
8	6	$8 = m \cdot 6 + b$	$48 = m \cdot 36 + b \cdot 6$
10	7	$10 = m \cdot 7 + b$	$70 = m \cdot 49 + b \cdot 7$
6	8	$6 = m \cdot 8 + b$	$48 = m \cdot 64 + b \cdot 8$
8	9	$8 = m \cdot 9 + b$	$72 = m \cdot 81 + b \cdot 9$
10	10	$10 = m \cdot 10 + b$	$100 = m \cdot 100 + b \cdot 10$
Summen		$64 = m \cdot 55 + 10 \cdot b$	$418 = m \cdot 385 + b \cdot 55$

Die durch senkrechtes Aufsummieren in den beiden Formelspalten gewonnenen Summenformeln

$$(S1) \quad 64 = 55 \cdot m + 10 \cdot b$$

$$(S2) \quad 418 = 385 \cdot m + 55 \cdot b$$

werden nun benützt, um m und b zu berechnen. Das dazu benötigte, hier als bekannt vorausgesetzte Verfahren (Auflösung von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten) führt zu den Ergebnissen:

$$m = 0,8 \text{ (Steigung der Regressionslinie)}$$

$$b = 2 \text{ (Schnittpunkt mit der y-Achse).}$$

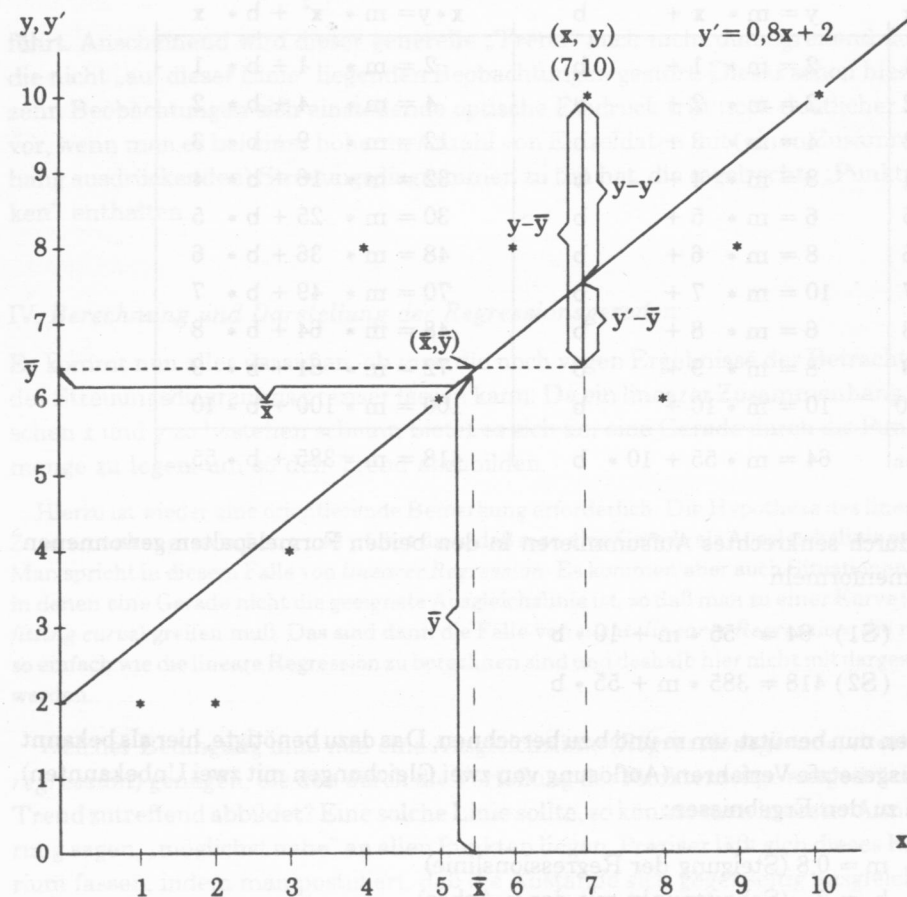
Damit lautet die Gleichung der Regressionsgeraden:

$$y' = 0,8 \cdot x + 2$$

In der von HESPANHA gewählten Schreibweise entspricht das:

$$F(X) = 2 + (0,8 \cdot X)$$

Zeichnet man diese Regressionsgerade in das Streudiagramm ein, so entsteht (zusammen mit weiteren Informationen) folgendes Bild:



In dieser Darstellung sind zusätzlich zur Regressionsgeraden weitere Größen mit veranschaulicht, die für die anschließenden Überlegungen benötigt werden. Im einzelnen handelt es sich um:

$\bar{x}$ („x-quer“): Das arithmetische Mittel aller x ($= 5,5$)

$\bar{y}$ („y-quer“): Das arithmetische Mittel aller y ($= 6,4$)

Die Regressionsgerade muß durch den Punkt mit den Koordinaten $\bar{x}/\bar{y}$ laufen. Darin liegt eine Kontrollmöglichkeit für die Berechnung der Regressionsgeraden.

$y - \bar{y}$: Differenz zwischen den empirischen y -Werten und dem arithmetischen Mittel der y -Werte. Diese Differenz bildet die „Gesamtabweichung“ zwischen einem Beobachtungswert und dem (in Form des arithmetischen Mittels gegebenen) Durchschnitt ab.

$y - y'$: Differenz zwischen den empirischen y -Werten und den Regressionswerten für y . Diese „Zufallsabweichung“, „Fehlerterm“ bzw. „stochastischer Störterm“ genannte Differenz ist der Teil der Gesamtabweichung, der mit nicht berücksichtigten Faktoren zusammenhängt. Man schreibt für diese Zufallsabweichung verschiedentlich ε (vgl. HESPANHA, S.148).

$y' - \bar{y}$: Differenz zwischen den Regressionswerten und dem arithmetischen Mittel der y -Werte. Diese, als „Regressionsabweichung“ bezeichnete Differenz ist der Teil der Gesamtabweichung, der auf dem Zusammenhang zwischen x und y beruht.

Die Abbildung macht anschaulich klar, daß die Gesamtabweichung sich aus Zufallsabweichung und Regressionsabweichung zusammensetzt (vgl. dazu im einzelnen V.).

Für die weiteren Berechnungsschritte richtet man sich zweckmäßigerweise eine Arbeitstabelle in folgender Form ein:

x	y	y'	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})$ $(y - \bar{y})$	$(y - y')^2$	$(y' - \bar{y})^2$
1	2	2,8	-4,5	20,25	-4,4	19,36	+19,8	0,64	12,96
2	2	3,6	-3,5	12,25	-4,4	19,36	+15,4	2,56	7,84
3	4	4,4	-2,5	6,25	-2,4	5,76	+6,0	0,16	4,00
4	8	5,2	-1,5	2,25	+1,6	2,56	-2,4	7,84	1,44
5	6	6,0	-0,5	0,25	-0,4	0,16	+0,2	0,00	0,16
6	8	6,8	+0,5	0,25	+1,6	2,56	+0,8	1,44	0,16
7	10	7,6	+1,5	2,25	+3,6	12,96	+5,4	5,76	1,44
8	6	8,4	+2,5	6,25	-0,4	0,16	-1,0	5,76	4,00
9	8	9,2	+3,5	12,25	+1,6	2,56	+5,6	1,44	7,84
10	10	10,0	+4,5	20,25	+3,6	12,96	+16,2	0,00	12,96
Spalten- summen			0	82,50	0	78,40	+66,0	25,60	52,80

Die Summen für $(x - \bar{x})$ und für $(y - \bar{y})$ müssen 0 betragen. Das ermöglicht eine rechnerische Zwischenkontrolle.

V. Unbestimmtheits- und Bestimmtheitsmaß

Für die Interpretation der Regressionssituation ist der eben schon erwähnte Zusammenhang zwischen *Zufallsstreuung* und *Regressionsstreuung* von besonderer Bedeutung. Um hier Maßzahlen zu gewinnen, arbeitet man mit folgender Formel:

$$\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum (y - y')^2}{n} + \frac{\sum (y' - \bar{y})^2}{n}$$

Gesamtstreuung = Zufallsstreuung + Regressionsstreuung

Betrachtet man die Zähler der in diesem Ausdruck vorkommenden Brüche, so sieht man, daß die Berechnung von den Differenzen ausgeht, die in dem vorangehenden Diagramm (vgl. IV.) abgebildet sind. Hier ist die in der Formel vor der Summierung vorgenommene Quadrierung notwendig, weil die Summe der nicht-quadrierten Abweichungen sich auf 0 beläuft. Die Division durch n, d.h. die Anzahl der Reihenglieder, hat den Sinn, die Wirkung der Reihenlänge auf die Quadratsummen der Abweichungen auszugleichen.

Teilt man den auf diese Weise gewonnenen Ausdruck durch die Gesamtstreuung, so erhält man Verhältniszahlen, und zwar für das Verhältnis von *Zufallsstreuung* zu *Gesamtstreuung* und für das von *Regressionsstreuung* zu *Gesamtstreuung*. Beide Verhältniszahlen summieren sich in folgender Form auf 1:

$$1 = \frac{\sum (y - y')^2}{\sum (y - \bar{y})^2} + \frac{\sum (y' - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

1 = Anteil der Zufallsstreuung an der Gesamtstreuung + Anteil der Regressionsstreuung an der Gesamtstreuung

Im Beispielsfall ergibt sich auf Grund dieser Formel:

$$1 = \frac{25,6}{78,4} + \frac{52,8}{78,4}$$

$$1 = 0,33 + 0,67$$

Die beiden Summenglieder der Formel sind wichtige Maßzahlen für die Beurteilung der Stärke des Zusammenhangs zwischen x (unabhängige Variable) und y (abhängige Variable):

Der Anteil der *Zufallsstreuung* an der *Gesamtstreuung* wird als *Unbestimmtheitsmaß* U bezeichnet. Im Beispiel ist U = 0,33, d.h. 33% der Gesamtstreuung beruhen auf Faktoren, die nicht in die Regressionsrechnung eingegangen sind. Anders ausgedrückt: U mißt die Gesamtwirkung der Faktoren, die im Einzelfall für die durch den stochastischen Störterm ε ausgedrückte Abweichung verantwortlich sind. Gibt es keinen Einfluß derartiger unberücksichtigter Faktoren, so ist U = 0.

Der Anteil der *Regressionsstreuung* an der *Gesamtstreuung* wird als *Bestimmtheitsmaß* B (bei HESPANHA: *coefficient de détermination*) bezeichnet. Im vorliegenden Beispiel ist B = 0,67, d.h. 67% der Gesamtstreuung beruhen auf den in der Regressionsrechnung berücksichtigten Umständen. Wenn keine unberücksichtigten Faktoren ins Gewicht fallen, ist B = 1, d.h. die Gesamtstreuung geht völlig auf die für den Verlauf der Regressionslinie verantwortlichen Faktoren zurück.

VI. Der Korrelationskoeffizient

Wenn man das Bestimmtheitsmaß B berechnet hat, ist es leicht, den *Korrelationskoeffizienten* r (bei HESPANHA: *coefficient de corrélation*) zu ermitteln, der auch die Bezeichnung *Maßkorrelation nach Pearson-Bravais* trägt. Es besteht folgende Beziehung:

$$r^2 = B \quad \text{also: } r = \sqrt{B}$$

Im Beispielsfall:

$$r^2 = 0,67 \quad \text{also: } r = \sqrt{0,67} = 0,82$$

Die angegebene Berechnungsweise für r gilt übrigens unabhängig von der Gestalt der Regressionslinie, d.h. etwa auch dann, wenn man eine Parabel als Ausgleichslinie gewählt hat.

Die Zuordnung sprachlicher Bewertungen zu Zahlenwerten des Korrelationskoeffizienten ist in der statistischen Literatur nicht ganz einheitlich. HESPANHA wählt eine Abstufung, für die folgende Interpretationen vorgeschlagen worden sind:¹²

¹² Vgl. HILLEBRANDT (Fn. 9), S. 196f.

r kleiner als 0,30: sehr geringer Zusammenhang

$r = 0,30$ bis $0,49$: mäßiger Zusammenhang

$r = 0,50$ bis $0,69$: deutlicher Zusammenhang

$r = 0,70$ bis $0,89$: enger Zusammenhang

r größer als $0,90$: sehr hohe Abhängigkeit

FLASKÄMPER interpretiert folgendermaßen:¹³

„Werte von $r < \pm 0,5$ bedeuten eine sehr schwache Korrelation, die auch auf Zufall beruhen kann. Aus ihr dürfen daher nur mit großer Vorsicht Schlüsse gezogen werden. Werte in der Höhe von $0,6$ bedeuten eine beachtliche Korrelation, solche von $0,7$ eine starke, solche von $0,8$ und $0,9$ eine besonders hohe Korrelation.“

Der Korrelationskoeffizient des Beispiels ($r = 0,82$) bringt demnach einen engen Zusammenhang bzw. eine besonders hohe Korrelation zum Ausdruck.

Oben wurde darauf hingewiesen, daß kleine n die Interpretation von Ergebnissen einer Regressionsrechnung erschweren. Um diesen störenden Effekt auszugleichen, existieren korrigierende Rechenmethoden. Am einfachsten ist es, wenn man auf diese Weise erstellte Tabellen heranzieht. Zur Veranschaulichung sei hier eine auf das vorliegende Beispiel anwendbare Zeile aus den „Beurteilungsregeln des Korrelationskoeffizienten bei kleinem Materialumfang“ von MACKENROTH (nach FISHER) angeführt:¹⁴

Material- umfang	mit einer Wahrscheinlichkeit von ... % für das Bestehen eines Zusammenhangs beweiskräftig			
	90	95	98	99
$n - 2$				
8	0,5494	0,6319	0,7155	0,7646

Für $r = 0,82$ in dem Beispiel könnte man sich also mit einem über 99% liegenden Gewißheitsgrad auf das Bestehen eines Zusammenhangs verlassen.

Eben wurde der Korrelationskoeffizient r auf der Grundlage des Bestimmtheitsmaßes B berechnet. Daneben gibt es auch einen direkten Berechnungsweg auf der Grundlage von in der obigen Arbeitstabelle (vgl. IV.) enthaltenen Werten. Dieser Berechnungsweg wird durch folgende Formel zum Ausdruck gebracht:

¹³ PAUL FLASKÄMPER, Allgemeine Statistik. Theorie, Technik und Geschichte der Sozialwissenschaftlichen Statistik, Hamburg 1959, S. 167.

¹⁴ GERHARD MACKENROTH, Methodenlehre der Statistik, Göttingen 1949, S. 140 (Tabelle 44).

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}$$

Im Falle des Beispiels:

$$r = \frac{66,0}{\sqrt{82,5 \cdot 78,4}} = 0,82$$

Hat man zuerst r festgestellt, so folgt B aus r als Quadrat von r .

VII. Der Standardfehler der Schätzung

Die letzte, hier zu besprechende Kenngröße ist der *Standardfehler der Schätzung* (bei HESPANHA: *erreur standard*), der als σ bezeichnet und (mit n für den Umfang der Grundgesamtheit) nach folgender Formel berechnet wird:¹⁵

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n}}$$

Im Beispiel:

$$\sigma = \sqrt{\frac{25,6}{10}} = 1,6$$

Man nennt den eben errechneten Wert auch *Regressions-Standardabweichung der Grundgesamtheit*.¹⁶

Hat man nur eine Stichprobe aus einer Grundgesamtheit gezogen und will man hier den Standardfehler der Schätzung berechnen, so verwendet man die Bezeichnung s . Dafür gilt die folgende Formel, wenn y nach x geschätzt wird:¹⁷

$$s = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - 2}}$$

¹⁵ Vgl. PAUL NEURATH, Statistik für Sozialwissenschaftler, Stuttgart 1966, S. 385f. und (zu einem Beispiel) 393f.

¹⁶ TARO YAMANE, Statistik. Ein einführendes Lehrbuch, Bd. 1, Frankfurt am Main 1976, S. 354.

¹⁷ Vgl. WALLIS/ROBERTS (Fn. 10), S. 447.

Im (jetzt als Stichprobe interpretierten) Beispiel führt das (mit n für den Stichprobenumfang) zu folgender Rechnung:

$$s = \sqrt{\frac{25,6}{8}} = 1,78$$

Der Standardfehler der Schätzung ist ein Maß für die Streuung der Beobachtungswerte um die Regressionslinie. Die Standardabweichung ist umso kleiner, je höher der Korrelationskoeffizient ist, wie die Formeln unter V. zeigen: sie ergibt sich ja als Wurzel aus der Zufallsstreuung. Ihr Name beruht darauf, daß – Normalverteilung des Zufalls vorausgesetzt – bestimmte Wahrscheinlichkeiten dafür bestehen, daß die Beobachtungswerte nicht mehr als ihr Ein- oder Mehrfaches vom Regressionswert abweichen. Veranschaulichen kann man sich dieses Maß, indem man nach oben und unten Parallelen zur Regressionsgeraden zieht, und zwar in Abständen, die Vielfachen des Standardfehlers der Schätzung entsprechen. Auf diese Weise entstehen Streifen um die Regressionsgerade. In den ersten Streifen (Abstand = einfacher Standardfehler der Schätzung) liegen dann rund 2/3 der Beobachtungswerte, in den zweiten Streifen (Abstand = zweifacher Standardfehler der Schätzung) sind es bereits rund 95%, und in den dritten Streifen (Abstand = dreifacher Standardfehler der Schätzung) befindet sich nahezu die Gesamtheit der Beobachtungswerte.¹⁸

VIII. Regression und Kausalität

Eingangs wurde bereits gesagt, daß Regressionsanalysen meist vor dem Hintergrund von Kausalhypothesen unternommen werden. Schon die Einstufung einer Variablen als unabhängig und einer anderen als abhängig beruht auf Vorüberlegungen dieser Art. Falls man nun für B und r Werte gefunden hat, die einen starken Zusammenhang nahelegen, so ist damit aber noch keineswegs erwiesen, daß eine Ursache-Wirkungs-Beziehung besteht. Denn die Regressionsfunktion „leistet nur die Konstatierung einer Korrespondenz der Variationen in den Veränderlichen; sie

¹⁸ Vgl. als Beispiel das Diagramm a.a.O. (Fn. 10), S. 459.

läßt offen, wodurch diese Entsprechungen sachlich bewirkt werden.“¹⁹ Für die Interpretation eines solchen Ergebnisses gibt es drei Möglichkeiten:²⁰

- „1) Zwischen x und y besteht ein ursächlicher Zusammenhang stochastischer Art.
- 2) x und y hängen gemeinsam von einer dritten Größe ab.
- 3) Die Werte von r und B haben sich durch Zufall ergeben.“

Mit welcher dieser drei Möglichkeiten man es zu tun hat, kann nicht mehr mit Mitteln der Regressionsrechnung geklärt werden, sondern muß durch zusätzliche sachliche Untersuchungen entschieden werden. Ohne solche Zusatzanalysen besteht leicht die Gefahr von Fehlschlüssen. Deshalb gilt – wie überall auf methodischem Gebiet – auch hier:²¹

„Die Verfahren der Korrelation und Regression sind, wie alle Verfahren, bei richtiger Anwendung nützlich und bei falscher Anwendung schädlich.“

Mit dieser Maßgabe kann die Regressionsrechnung auch Rechtshistorikern empfohlen werden.

¹⁹ HANS-HAGEN HÄRTEL u.a., Allgemeine Methodenlehre der sozialwissenschaftlichen Statistik (Skriptum nach der Vorlesung und weiteren Unterlagen von Prof. Dr. A. BLIND), Frankfurt 1969, S. 244.

²⁰ A.a.O., S. 253.

²¹ WALLIS / ROBERTS (Fn. 10), S. 463.

M.H.

